

螺带桨叶在粘弹性流体中的搅拌功率*

朱秀林** 王凯 潘祖仁
(浙江大学化工系, 杭州)

摘 要

本文研究了层流区内外单螺带-锚、四螺带-锚桨叶在粘弹性流体中的搅拌功率消耗。与牛顿型流体比较结果表明, 流体的弹性对搅拌功率有较大的影响。Boger流体较牛顿型流体的功率消耗大50%以上。

本文采用了广义二阶流体本构方程导出搅拌功率计算式:

$$N_p Re_a f_s^{(1-n)} = K_p f_s^2 (1 + F_{1av} f_s^{(m-n-2)} Wi / K_s^2)$$

用实验数据确定 f_s 和 F_{1av} , 得到了适用于牛顿型流体、假塑性流体和粘弹性流体的功率计算式。计算结果与实验值比较接近。

一、引 言

大多数有关非牛顿流体搅拌混合的研究都是以Metzner^[1]的论文为基础展开的, 主要涉及非弹性流体。然而在工业中不少是高粘度弹性流体, 与牛顿流体相比, 其流型和功率消耗会出现许多异常现象^[2], 应加强对弹性流体的研究。但有关粘弹性流体的功率消耗的论文较少^[3-10], 至今尚无很好的方法关联粘弹性流体的搅拌功率消耗。

本文研究二种在工业中常用的螺带式桨叶在粘弹性流体中的功率消耗, 选用不同流变特性的粘弹性流体, 其中包括Boger流体, 以观察流体的弹性对功率消耗的影响, 并借助对广义二阶流体本构方程进行的理论分析, 获得可同时适用于牛顿流体、假塑性流体和粘弹性流体的功率计算式。

二、实 验

搅拌槽由有机玻璃制成, 内径为188mm。槽底为椭圆型封头。槽直边高为450mm。槽四周带有有机玻璃夹套, 可向其中通入循环水维持恒温操作。搅拌桨叶如图1、图2所示。搅拌功率用扭矩传感器测定。用光电测速仪测定搅拌转速, 转速变化范围在14—260r/min之间。流体选用不同分子量和不同浓度的聚丙烯酰胺(PAA)溶液以及高粘度糖浆的混合液。Boger流体的配制是在高粘度糖浆中掺入少量的PAA水溶液进行的。用比重瓶测定流体的密度。流变特性用日本岩本制作所生产的RPX-705型流变仪、锥-板系统进行测定。图3是测得的一些流变曲线。采用式(1)、(2)分别描述流体的粘度函数和第一法向应力差函数:

$$\eta(\dot{\gamma}) = K\dot{\gamma}^{n-1} \quad (1)$$

$$\psi_1(\dot{\gamma}) = K_e \dot{\gamma}^{m-2} \quad (2)$$

式中 K_e 为弹性系数; m 为描述 ψ_1 随剪切速率 $\dot{\gamma}$ 变化程度的一个指数。所用流体的流变参数

本文1987年9月14日收到, 1988年1月3日收到修改稿。

* 自然科学基金资助项目。

** 通讯联系人, 现在苏州大学化学系。

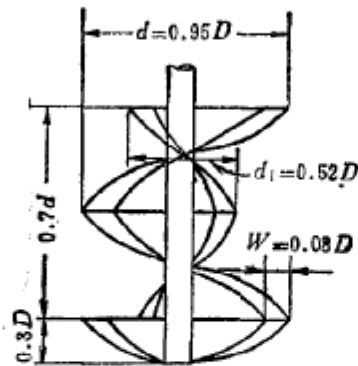
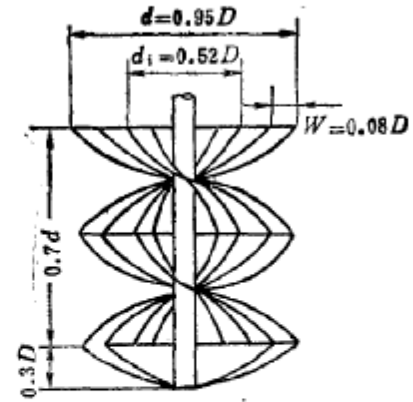
图1 内外单螺带-锚 (叶高度为 $1.3D$)图2 四螺带-锚 (叶高度为 $1.3D$)

表1 流体流变参数

样品号	η	η'	K_e	K	样品号	η	η'	K_e	K
1	1.588	1.0	0.417	1.557	6	0.514	0.281	119.86	96.43
2	1.163	0.622	1.755	2.914	7	1.262	1.0	3.078	2.41
3	0.769	0.381	28.07	21.17	8	0.637	0.327	34.34	37.46
4	0.575	0.338	35.11	38.0	9	0.601	0.324	35.73	35.61
5	0.569	0.31	45.6	47.94					

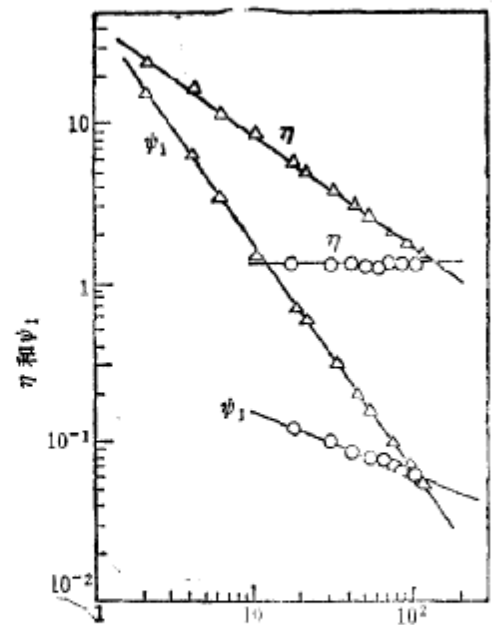
列于表1中。

三、实验结果

图4为内外单螺带-锚桨叶的 $N_p \sim Re_n$ 关系曲线。由图可见，流动行为指数 n 值不相同的4、5和6号样品的实验点近似地位于一条直线上，而直线的斜率都大于-1。对于无弹性假塑性流体的实验点则位于三条斜率为-1的直线上^[16]。由此表明，流体的弹性和假塑性的综合影响结果可使不同粘弹性流体在相同的转速下所需的搅拌功率相同。1号样品为Boger流体，粘度为常数，在所研究的 Re 数范围内，其功率消耗比牛顿型流体增加2倍以上。显然，流体的弹性对功率消耗有较大的影响。图5为四螺带-锚桨叶的功率曲线，与图4类似，粘弹性流体的功率曲线显著地不同于假塑性流体。

早先的研究已得到牛顿型流体和假塑性流体的功率计算式^[16]：

内外单螺带-锚

图3 η 和 ψ_1 与 $\dot{\gamma}$ 的关系

○ $K_e = 0.42, m = 1.6$;

△ $K_e = 45.6, m = 0.57$

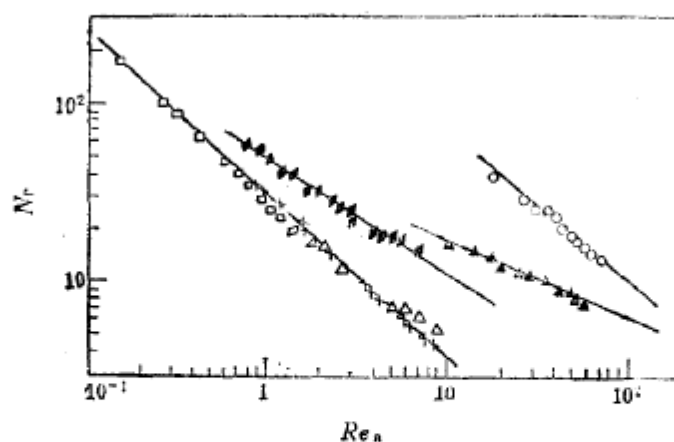


图 4 内外单螺带-锚 N_p 与 Re_a 关系

符号 ○ ▲ ◆ × △ □
样品号 1 2 3 4 5 6

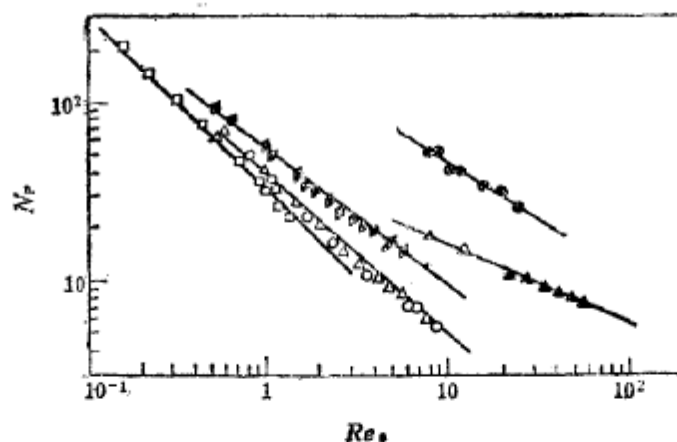


图 5 四螺带-锚 N_p 与 Re_a 关系

符号 ▲ ◆ □ ● △ ○
样品号 2 3 6 7 8 9

$$N_p Re_a = K_p = 306.7 \quad Re_a \leq 80 \quad (3)$$

$$K_s = 28.1 \quad (4)$$

四螺带-锚

$$N_p Re_a = 477.8 \quad Re_a \leq 100 \quad (5)$$

$$K_s = 39 \quad (6)$$

然而用式 (3)、(5) 关联粘弹性流体的功率消耗会产生很大的误差。因此要寻求能适合于粘弹性流体功率消耗的计算公式。

四、计 算 式

1. 本构方程的选择

在研究搅拌槽中粘弹性流体的功率消耗时, 选择一个较为合适的本构方程是很重要的。由于各种本构方程的适应能力并不相同, 又考虑到在层流区, 搅拌槽内流体的流动是以剪切流为主的慢速流动, 故可选择模型参数较少的广义二阶流体本构方程作为讨论的基础。该方程能较好地描述非牛顿型流体在剪切流动中的粘度和正应力差^[17,18]:

广义二阶流体本构方程如下:

$$\tau = \eta_0(\mathbb{I}) \mathbf{A}_1 + \beta_1(\mathbb{I}) \mathbf{A}_1^2 + \beta_2(\mathbb{I}) \mathbf{A}_2 \quad (7)$$

式中 $\mathbf{A}_1$ 、 $\mathbf{A}_2$ 分别为一阶和二阶 Rivlin-Ericksen 张量:

$$\mathbf{A}_1 = (\nabla \mathbf{V} + (\nabla \mathbf{V})^T)$$

$$\mathbf{A}_2 = \frac{D}{Dt} \mathbf{A}_1 + \nabla \mathbf{V} \cdot \mathbf{A}_1 + \mathbf{A}_1 (\nabla \mathbf{V})^T$$

$$\mathbb{I} = \left(\frac{1}{2} \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \right)^{1/2}$$

当 $\mathbb{I} = \dot{\gamma}$ 时, 可以得到 CEF 方程:

$$\tau = \eta(\dot{\gamma}) \mathbf{A}_1 + (\psi_1 + \psi_2) \mathbf{A}_1^2 - \frac{1}{2} \psi_1 \mathbf{A}_2 \quad (8)$$

式中 $\eta(\dot{\gamma})$ 为粘度函数。

2. 功率消耗理论分析

在单位时间单位体积流体微元内, 偏应力张量所作的功为:

$$\Phi^* = \tau : (\nabla \mathbf{V}) = \frac{1}{2} \eta(\dot{\gamma}) \mathbf{A}_1 : \mathbf{A}_1 + \frac{1}{2} \psi_1 \left[\mathbf{A}_1^2 - \frac{1}{2} \mathbf{A}_2 \right] : \mathbf{A}_1 + \frac{1}{2} \psi_2 \mathbf{A}_1^2 : \mathbf{A}_1 \quad (9)$$

其中两张量缩并为

$$\mathbf{B} : \mathbf{A} = B_{ij} A_{ji} \quad (10)$$

令

$$F_1 = \frac{1}{2} \left[\mathbf{A}_1^2 - \frac{1}{2} \mathbf{A}_2 \right] : \mathbf{A}_1 \quad (11)$$

$$F_2 = \frac{1}{2} \mathbf{A}_1^2 : \mathbf{A}_1 \quad (12)$$

式 (9) 变换为

$$\Phi^* = \eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma}^2 + \psi_1(\dot{\gamma}) F_1 + \psi_2(\dot{\gamma}) F_2 \quad (13)$$

这里利用了 $\mathbb{I} = \left(\frac{1}{2} \text{tr} \mathbf{A}_1^2 \right)^{1/2}$ 和 $\mathbb{I} = \dot{\gamma}$ 的关系。式 (13) 表明, 偏应力张量所作的功由二部分组成, 一部分为粘性耗散功; 另一部分为弹性变形功 (其中包括弹性能耗散和可回复的弹性能储存)。这与 C. D. 韩^[18]对粘弹性流体管道入口压力损失的分析结果相一致。

在液体体积为 V 的搅拌槽中, 偏应力张量所作的功 Φ^* 近似地等于搅拌桨叶输入的功率,

于是得到:

$$P = \int_V \Phi^* dV = \int_V [\eta(\dot{\gamma}) \dot{\gamma}^2 + \psi_1(\dot{\gamma}) F_1 + \psi_2(\dot{\gamma}) F_2] dV \quad (14)$$

速度分布测定结果表明搅拌功率主要消耗在高剪切率区。其体积可设为 V_h^* 。在高剪切率区, 平均剪切率 $\dot{\gamma}_{av}$ 可用下式计算:

$$\dot{\gamma}_{av} = K^* N \quad (15)$$

式中的 K^* 为比例系数, 与桨叶尺寸、流体的流变参数以及搅拌转速等有关。利用积分中值定理和式(1)、(2)、(15)得到

$$N_P Re^* = \left(\frac{V_h^*}{d^3} \right) K_i^{*2} \left[1 + \frac{Wi^*}{K_i^{*2}} [F_{1av}^* + N_{VR} F_{2av}^*] \right] \quad (16)$$

式中 $N_P = P/\rho N^3 d^5$, $Re^* = Re_n K_i^{*(1-n)}$, $F_{1av}^* = F_{1av}/N^3$, $F_{2av}^* = F_{2av}/N^3$, $Wi^* = \left(\frac{K_c}{K} \right)$

$K_i^{*(m-n-1)} N^{(m-n)}$, $N_{VR} = \psi_2(\dot{\gamma}_{av})/\psi_1(\dot{\gamma}_{av})$ 。令

$$V_h^* = V_h f_v \quad (17)$$

$$K_i^* = K_i f_i \quad (18)$$

式中的 K_i 为在非弹性流体中测得的Metzner常数。 V_h 为非弹性流体的高剪切率区的体积。 f_v 和 f_i 为流体的流变参数、与桨叶结构尺寸和搅拌转速有关的函数。另一方面, 由于 ψ_2 值比 ψ_1 值要小得多, N_{VR} 通常在0.1左右, 故一般情况下 N_{VR} 可忽略。据此, 变换式(16)得

$$N_P Re_n f_i^{(1-n)} = \left(\frac{V_h}{d^3} \right) K_i^2 f_v f_i^2 \left[1 + \frac{F_{1av}^*}{K_i^2} f_i^{(m-n-3)} Wi \right] \quad (19)$$

式中 $Re_n = Re_n K_i^{*(1-n)}$, $Wi = \left(\frac{K_c}{K} \right) K_i^{*(m-n-1)} N^{(m-n)}$ 。对于非弹性流体, Wi 为零, f_v 、 f_i 均为1, 则有

$$N_P Re_n = \left(\frac{V_h}{d^3} \right) K_i^2 = K_P \quad (20)$$

最终获得粘弹性流体的功率消耗理论分析式如下

$$N_P Re_n f_i^{(1-n)} = K_P f_v f_i^2 \left[1 + \frac{F_{1av}^*}{K_i^2} f_i^{(m-n-3)} Wi \right] \quad (21)$$

3. 计算关联

虽然从理论分析得到了式(21), 但要获得 f_v 、 f_i 和 F_{1av}^* 的解析解是极其困难的。下面仍用经验方法确定 f_v 、 f_i 和 F_{1av}^* 。

槽中剪切率分布曲线表明 f_v 小于1, f_i 大于1, 且随着非牛顿性的增强, f_v 减小, f_i 增大, 两者变化趋势正好相反。对于非弹性流体, 两者均等于1。因而可以认为

$$f_v f_i^2 = 1 \pm \varepsilon \quad (22)$$

式中 ε 为取决于 Re 数的一个很小量, 在层流范围内, 可近似地取 ε 等于零, 即

$$f_v f_i^2 = 1 \quad (23)$$

对于Boger流体, $n=1$, 式(21)变为

$$N_P Re_n / K_P = 1 + F_{1av}^* f_i^{(m-4)} Wi / K_i^2 \quad (24)$$

这里已利用了近似式(23)。图6为Boger流体的 $N_p Re_s / K_p$ 与 Wi 的关系线图。显然, $F_{1,v}^* f_s^{(m-n)}$ 与 Wi 有关, 故可设

$$f_s = \exp[C_0 Wi / n(m-n)] \quad (25)$$

式中 C_0 为待定常数。 f_s 随 Wi 的增大和 n 的减小而增大。当 $Wi=0$ 时, f_s 等于1。由于大多数聚合物溶液的 m/n 比值在2附近, 所以在式(25)中引入 $(m-n)$ 参数是考虑了流体的弹性与假塑性相互竞争的综合影响。由于不能直接地用最小二乘法回归求出式(21)、(22)中的 $F_{1,v}^*$ 和 C_0 , 故可转而采用迭代法求 C_0 和 $F_{1,v}^*$ 。即设定 C_0 值, 据功率测定数据用式(21)求出 $F_{1,v}^*$, 并把 $F_{1,v}^*$ 与流变参数和 f_s 相关联。迭代到结果满足下式时为止。

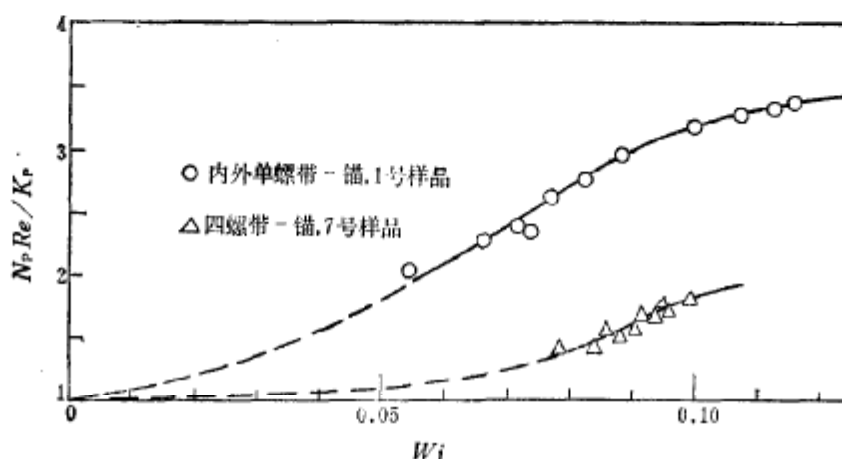


图6 Boger流体 $N_p Re_s / K_p$ 与 Wi 的关系

$$|N_p Re_s f_s^{(1-n)} / [1 + F_{1,v}^* f_s^{(m-n-3)} Wi / K_p^2] - K_p| \leq 0.15 K_p \quad (26)$$

Re^* 限于层流区, 即应满足式(3)、(5)。计算结果得到

$$N_p Re_s f_s^{(1-n)} = K_p [1 + F_{1,v}^* f_s^{(m-n-3)} Wi / K_p^2] \quad (27)$$

内外单螺带-锚:

$$f_s = \exp[0.325 Wi / n(m-n)] \quad (28)$$

$$F_{1,v}^* = 2.58 \times 10^{-3} \exp[6.6 f_s + 18.8 n - 9.94 n^2] \quad (29)$$

四螺带-锚:

$$f_s = \exp(0.282 Wi / n(m-n)) \quad (30)$$

$$F_{1,v}^* = 8.05 \times 10^{-2} \exp[6.2 f_s + 13.1 n - 7.8 n^2] \quad (31)$$

图7中标绘了式(27)、(28)~(31)的计算值与功率消耗测定值的比较结果。其中四螺带-锚六种样品的90个实验点的误差都在14%以内; 内外单螺带-锚六种样品的88个实验点只有8个点大于15%, 其中最大偏差为29%。因此关联结果是令人满意的。

本研究中 Re_s 数限于层流范围, 由于高 Re_s 数时二阶流体方程也许偏差较大, 可考虑更高阶的本构方程, 当然形式和处理更加复杂。由于粘弹性流体的复杂性, 尚需扩大 Re_s 数的研究范围和研究放大规律, 这方面的研究前景是广阔的。

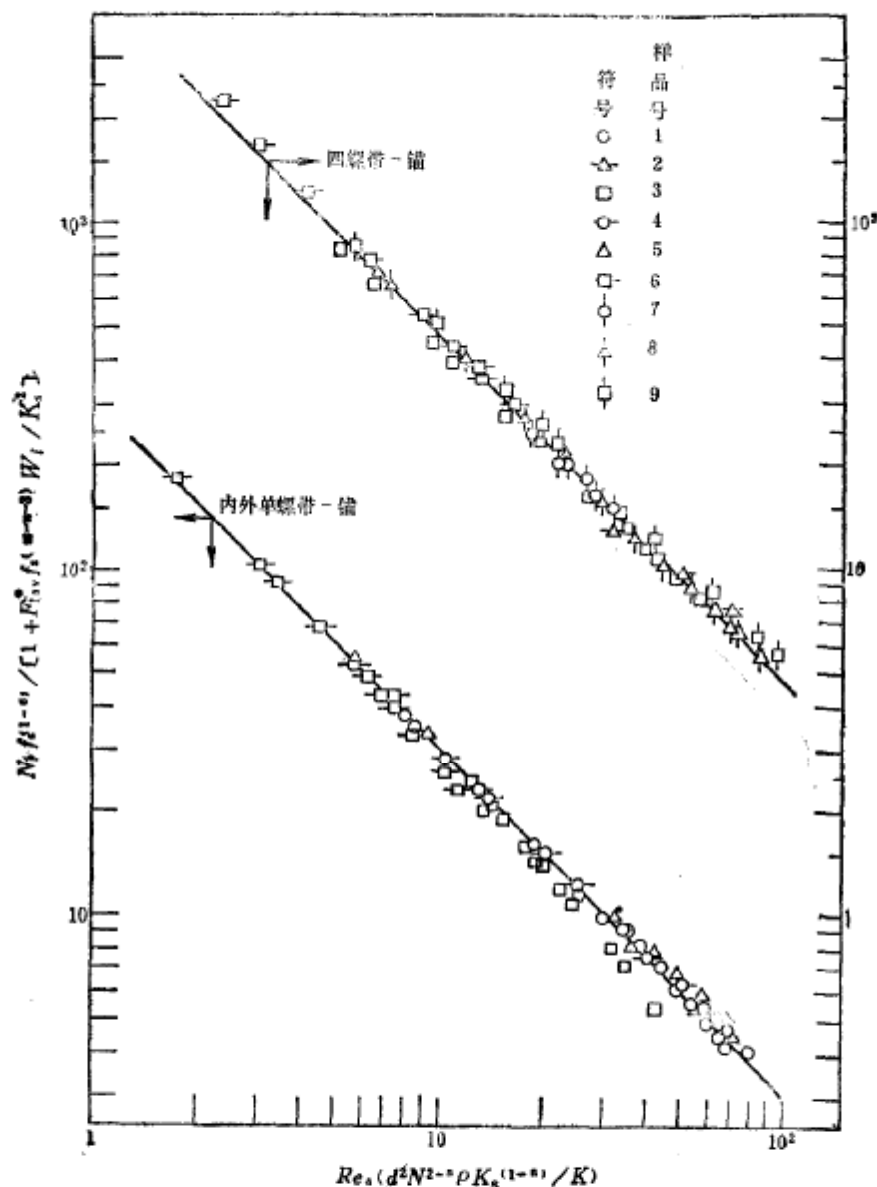


图 7 粘弹性流体的功率关联曲线

五、结 论

1. 在本文所研究的 Re_s 数范围内, 二种螺带式桨叶在粘弹性流体中的功率消耗都显著地不同于非弹性流体。将Boger流体与牛顿型流体进行比较, 得知同一桨叶在相同的 Re_s 数下, 前者的功率消耗增加50%以上, 这表明流体的弹性对功率消耗有较大的影响。

2. 由理论分析导出粘弹性流体的功率计算式 (21), 利用功率测定数据和近似处理确定其中的参数 f_v 、 f_s 和 $F_{1,v}^*$ 。最终获得式 (27)、(28) — (31) (流体流变参数变化范围见表 1)。预测值与功率测定值较接近。这些公式可用于估算牛顿型流体、假塑性流体和粘弹性

流体的搅拌功率。

致谢：本文得到范西俊副教授的指导，谨表谢意。

符 号 说 明

A_1, A_2 ——Kivlin—Erickson张量	
D, a ——槽和桨叶直径, m	
F_1, F_2 ——式(11)、(12)中定义的函数	$(K_s^*)^{(1-n)}, \frac{d^2 N^{2-n} \rho}{K}$
F_{1av}, F_{2av} ——粘弹性流体无因次函数	V_h, V_h^*, V ——液体体积, m ³
f_r, f_s ——式(17)和(18)中的修正系数,	∇V ——速度梯度张量
K ——稠度系数, Pa·s ⁿ	Wi ——Weissenberg数
K_a ——式(2)中的物质参数, Pa·s ^m	$\bar{H}$ ——第二不变量
K_p ——功率数	β_1, β_2 ——式(3)中的物质函数
K_s, K_s^* ——Metzner常数	$\dot{\gamma}, \dot{\gamma}_{av}$ ——剪切率, s ⁻¹
m ——式(2)中的物质参数	η ——粘度函数, Pa·s
N ——搅拌转速, S ⁻¹	ρ ——流体密度, kg/m ³
N_p ——无因次功率	Φ^* ——应力功, J/(s·m ³)
N_{VR} ——弹性比	τ ——偏应力张量
n ——流动行为指数	ψ_1, ψ_2 ——法向应力差函数
P ——搅拌功率, J·S ⁻¹	上角标
Re_a, Re^*, Re_m ——雷诺数(分别为 $\frac{d^2 NP}{\eta}$, Re)	$*$ ——粘弹性流体

参 考 文 献

- (1) Metzner, A. B. and Otto, R. E., *AIChE J.* 3, (3) (1957).
- (2) White, J. L., Chankraiphon, S. and Ide, Y., *Trans. Soc. Rhe.*, 21, 1 (1977).
- (3) Kelkar, J. V., Mashelkar, R. A. and Ulbrecht, J., *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 50, 343 (1972).
- (4) Rieger, F. and Novak, V., *ibid.*, 52, 286 (1974).
- (5) Chavan, V. V., and Ulbrecht, J., *Ind. & Eng. Chem. Process Des. & Dev.*, 12, 472 (1973).
- (6) *ibid.*, *Trans. Instn. Chem. Engrs.*, 51, 349 (1973).
- (7) Ulbrecht, J., *Chem. Eng. J.*, (286), 347 (1974).
- (8) Kelkar, J. V., Mashelkar, R. A. and Ulbrecht, J., *Chem. Eng. Sci.*, 28, 664 (1973).
- (9) Nienow, A. W., Wisdom, D. J. and Solomon, J., *Chem. Eng. Commun.*, 19, 273 (1983).
- (10) Carreau, P. J., Guerin, P. and Paris, J., Paper Presented at the World Congress III of Chem. Eng., Tokyo, 8K-257, P405-408 (1986).
- (11) Höcker, H., Langer, G. and Wernur, U., *Ger. Chem. Eng.*, 4, 113 (1981).
- (12) Prud'homme, R. K., and Shagfeh Eric, *AIChE J.*, 30, 485 (1984).
- (13) Oliver, D. R., Nienow, A. W., Mitson, R. J., and Terry, K., *Chem. Eng. Res. Des.*, 62, 123 (1984).
- (14) Boger, D. V., *J. Non-Newtonian Fluid Mech.*, 3, 87 (1977).
- (15) Yap, C. Y., Patterson, W. IAN & Carreau, P. J., *AIChE J.*, 25, 516 (1979).
- (16) 朱秀林, 宋秋安, 王凯, 化学工程, (1) 53 (1985).
- (17) 陈文芳, “非牛顿流体力学”, 第一版, 科学出版社, 1984.
- (18) 韩, C. D., “聚合物加工流变学” 第一版, (中译本), 科学出版社 (1985).

Power Consumption for Agitating Viscoelastic Liquids with Helical Ribbon Impellers

Zhu Xiulin, Wang Kai and Pan Zuren

(Chemical Engineering Department, Zhejiang University, Hangzhou)

Abstract

The power consumption for agitating viscoelastic fluids including Boger fluids and Newtonian fluids in the laminar regime were compared for the inner-and-outer helical ribbon-anchor and the four helical ribbon-anchor impellers. The influence of elasticity on power consumption is significant. For Boger fluids the power consumption could be up to 1.5 times of that for Newtonian fluids.

The power consumption correlations:

$$N_p Re_s f_v^{(1-n)} = K_p f_v f_s^2 [1 + F_{1,v}^* f_s^{(m-n-3)} W_i / K_s^2]$$

for agitating Newtonian, pseudoplastic and viscoelastic fluids was developed by means of a second-order elastic fluid rheological model. The parameters f_v , f_s and $F_{1,v}^*$ were determined experimentally. The predicted results agree with experimental data.